VYUŽITÍ STATISTIKY PRO NUMERICKÉ MODELOVÁNÍ PODZEMNÍCH STAVEB

USE OF STATISTICS FOR NUMERICAL MODELLING OF UNDERGROUND CONSTRUCTION

Matouš Hilar[1, 2]
Jan Pruška[2]

ABSTRAKT
Při popisu horninového masivu je velice důležité spolehlivě odhadnout jeho vlastnosti. Horninový masiv je složen ze dvou součástí: neporušené horniny a diskontinuit. Každá z nich významně ovlivňuje pevnost a přetvárnost horninového masivu. Je známé, že neporušená hornina jakožto přírodní materiál je stále ovlivněna poruchami své struktury, mineralogickým složením, velikostí částic (zrn), porézností, stupněm zvětrání a anizotropií. Z těchto důvodů stojí inženýři často před otázkou: „ Jaké vstupní parametry mají být použity v matematické analýze?“. Správná odpověď na tuto otázku vyžaduje použití pravděpodobnostního přístupu. Toho můžeme dosáhnout snadno pomocí stochastických metod. V tomto článku jsou po krátkém úvodu stručně zmíněny vybrané stochastické metody a metoda Latinských hyperkrychlí (LHS) je vysvětlena podrobněji. V další části je popsána implementace Gaussova rozdělení do vzorkování LHS. Závěrem je ukázána praktická aplikace metody LHS.

ABSTRACT
There Reliable estimates of rock mass properties are very important in rock mass characterization. A rock mass consists of two components: intact rock and discontinuities, each of which has a significant effect on the rock mass strength and deformability. It is also known that intact rocks as natural materials are invariably affected by structural defects, mineralogy, grain size, porosity, degree of weathering and anisotropy. Therefore the engineers are frequently forced to face the question “Which input values should be used for analyses?” The correct answer to such question requires a probabilistic approach. This can be easily achieved using stochastic estimation. After the introduction of the paper the selected statistical methods are shortly described with the focused on the Latin Hypercube Sampling (LHS). The method of LHS sampling is outlined in the next step (with Gaussian distribution). At the end the application of the statistical analysis of the input parameters using LHS is showed.

doc. Ing. Matouš Hilar, Ph.D, tel.: + 420 241 443 411, e-mail: : hilar@d2-consult.cz
doc. Dr. Ing. Jan Pruška, tel. + 420 224 354 547, e-mail: pruska@fsv.cvut.cz
[1] D2 Consult Prague s.r.o., Zelený pruh 95/97 (KUTA), 140 00, Praha 4, ČR
[2] ČVUT v Praze, Fakulta stavební, Katedra geotechniky, Thákurova 7, 168 29, Praha 6, ČR

1. Úvod

K významným hnacím motorům při vývoji nových výpočetních postupů pro návrh či posouzení podzemních konstrukcí patří vedle rychle se rozvíjející výpočetní techniky bohužel také havárie těchto konstrukcí a to jak stávajících tak i konstrukcí ve výstavbě. Havárie u těchto staveb znamenají nejen obrovské finanční náklady, ale v některých případech i ztráty na lidských životech. Rozbor příčin vzniku podzemních staveb ukázal, že ve většině případů předpověď geomechanického chování horninového masivu byla velmi obtížná, a to i přes provedení speciálně zaměřeného doplňujícího geotechnického průzkumu (u zemin často nastal i zpožděný kolaps způsobený dlouhodobými reologickými procesy v zemním masivu a s tím spojený progresivní vývoj poruchy). Významným prvkem, jak těmto haváriím předcházet, je spolehlivá předpověď odezvy vyšetřovaného masivu na ražbu podzemního díla.

V případě zemního či horninového tělesa je pro kvalitní analýzu dané konstrukce nutno využít výpočetních metod schopných postihnout skutečné chování konstrukce s použitím genetických algoritmů – tj. zavedení konceptu pravděpodobnostního modelování, který bere v úvahu víceméně náhodný charakter vstupních parametrů. Přijmeme-li představu o náhodném charakteru vstupních veličin, lze za předpokladu dostatečného počtu náhodných parametrů použít nejrozšířenější simulační metody Monte Carlo. Spolehlivostní analýza podzemních konstrukcí (tj. stanovení pravděpodobnosti poruchy) s využitím numerických metod však vzhledem k časové náročnosti vyžaduje užití simulační metody LHS (Latin Hypercube Sampling) umožňující zohlednit statistickou závislost vstupních parametrů anizotropního materiálu. Užití simulace LHS je v praxi ČR pro spolehlivostní analýzu podzemních staveb spíše ojedinělé a váže se většinou na úzkou spolupráci s vědeckou sférou. Daný přístup byl ověřován například na tunelech Mrázovka či Blanka. Moderní návrhy podzemních děl s aplikací současných vyspělých statistických metod (SORM – second order reliability method, Latinské hyperkrychle či fuzzy) jsou v současnosti na počátku praktického používání i v rámci Evropy. Tyto vyspělé statistické metody jsou v tuto chvíli aplikovány na modelování a charakteristiku podzemních naftových nalezišť a při vývoji ukládání radioaktivního odpadu, nicméně v geotechnice a stavebním inženýrství doposud použity nebyly.

2. Vybrané stochastické metody

2.1 Metoda Monte Carlo

Simulace metodou Monte Carlo je všeobecně známá a užívaná pro analýzu náhodných jevů. V simulaci Monte Carlo je náhodná úloha převedena na několik deterministických úloh, které je podstatně jednodušší vyřešit - namátkový vstup generuje namátkový výstup se statistickými či pravděpodobnostními údaji o náhodně výstupní veličině. Metodu Monte Carlo je jednoduché aplikovat a z tohoto důvodu je oblíbená v geomechanice, zejména v řešení stability skalních svahů (McMahon 1971).

Jedná se o simulační metodu postavenou na numerickém řešení pomocí náhodných vzorků. Pro každou vstupní hodnotu výpočtu generujeme pomocí pseudonáhodných čísel z intervalu 0 – 1 náhodné číslo a získáme tak jednu sadu vstupních hodnot. Nicméně tato jednoduchá a nejznámější metoda náhodného vzorkování vyžaduje pro dobrou přesnost vygenerování mnoha náhodných vzorků a opakování výpočtů. V praxi je nutné pro vygenerování distribučního rozdělení stupně stability skalního svahu požadovat minimálně 200 až 2000 výběrů vzorků (v závislosti na požadované přesnosti). Výstup simulace (náhodná proměnná závislá na náhodných vstupních parametrech, polích a procesech) může pak být zobrazena mnoha způsoby. Jedním z nich je definice pravděpodobnosti, že stupeň bezpečnosti F je menší než předepsaná hodnota F_0:

$$P(F < F_0) = \frac{n}{N} \tag{1}$$

kde:

n počet výpočtů ve kterých $F < F_0$
N počet výběrů.

Jiný způsob je vykreslení distribuční funkce stupně bezpečnosti F, která může být použita pro určení pravděpodobnosti, že F je menší než daná hodnota (Mahtab & Grasso 1992).

2.2 Metoda bodových odhadů momentů pravděpodobnosti

Odstranění velkého počtu odezev (např. výpočtu numerického modelu) umožňuje metoda bodových odhadů momentů pravděpodobnosti. Tato metoda vyžaduje pro každý vstupní parametr pouze dvě hodnoty (každou s pravděpodobností 0,5):

$$q_i = \mu_{qi} \pm \sigma_q \tag{2}$$

kde q_i vstupní parametr,
μ_{qi} střední hodnota,
σ_{qi} směrodatná odchylka.

Odezva je zjišťována pro 2^n kombinací vstupních hodnot. Zjištěné odezvy mají stejnou pravděpodobnost, proto není složité jednoduše vypočítat střední hodnotu a rozptyl výsledných hodnot. Navíc není problémem stanovení relativní důležitosti vstupních parametrů.

2.3 Metoda výběru vrstev

Odlišnou cestou pro snížení počtu běhů programu je použití metody výběru vrstev. Tato metoda je založena na známém rozdělení vstupních parametrů q_i. Rozmezí těchto parametrů je rozděleno na N intervalů Δq_{ih} (vrstvy) se stejnou pravděpodobností a poté je provedeno m náhodných výběrů intervalů (stejně tak jako náhodných hodnot uvnitř intervalů).

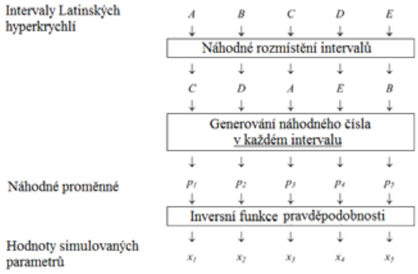
2.4 Fuzzy technika

Jiným přístupem pro ohodnocení vlivu vstupních parametrů je použití fuzzy techniky. Pokud budeme parametry chování horniny brát jako fuzzy hodnoty, můžeme kombinací parametrů vygenerovat čísla, která docela věrně představují proměnlivost chování horninového masivu a mohou být použita jako vstupní parametry řešení. Pro určení fuzzy hodnot existují různé techniky, z nichž pro geotechnické aplikace se nejčastěji používá fuzzy aritmetika, fuzzy logika a metoda clusterů (shluků). Protože fuzzy technika může definovat hodnotu „neurčitosti" při zjišťování parametrů, nabízí se její jasné a přímé použití v indexových klasifikacích horninových masivů.

2.5 Metoda latinských hyperkrychlí

Jedná se o vylepšenou metodu výběru vrstev. V této metodě je rozmezí vstupních parametrů q_{ij} rozděleno na N intervalů Δp_{ijh} (h = 1,2,…,N), které mají stejnou pravděpodobnost 1/N. Z každého intervalu $\left[\frac{i}{N};\frac{i+1}{N}\right]_{i=0}^{N-1}$ (kde N je počet intervalů) je hodnota parametru vybrána pouze jednou (tj. je použita v jednom a pouze v jednom běhu programu). Počet intervalů N metody latinských hyperkrychlí je stanoven shodně s celkovým počtem běhů programu. Jestliže je N vysoké, není nutné tuto hodnotu vybírat náhodně (dle rozdělení pravděpodobnosti uvnitř intervalu), ale je možné ji stanovit jako těžiště intervalu.

Schematicky je postup simulace znázorněn na obr. 1 (McKay 1980). Této metodě bude věnována větší pozornost v následující kapitole.



Obr. 1 Postup procedury LHS (schematicky)
Fig. 1 Procedure of LHS (schematically)

3. Vzorkování LHS pomocí Gaussova rozdělení

Popíšeme si aplikaci metody latinských hyperkrychlí při určování deformací horninového masivu – tj. určení tzv. vnější nepřesnosti, způsobené chybami ve stanovení parametrů materiálů. Pro popis chování horninového masivu použijeme Mohrův-Coulombův model, který vyžaduje 5 základních charakteristik (Hilar 2000), které zahrneme jako náhodné veličiny $q_1, \ldots, q_5$:

$q_1 = E$	modul přetvárnosti
$q_2 = \nu$	Poissonovo číslo
$q_3 = \gamma$	objemová tíha
$q_4 = c$	soudržnost
$q_5 = \phi$	úhel vnitřního tření

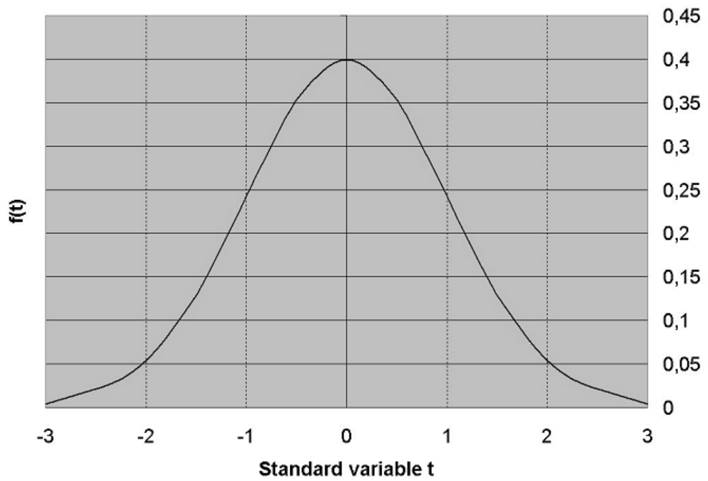
Intervaly vstupních parametrů horninového masivu q_i (E_{def}, ν, c, ϕ, γ) můžeme volit na základě závěrů inženýrskogeologického průzkumu. Pro maximální zjednodušení zavedeme následující předpoklady:

- Normální rozdělení pravděpodobnosti výskytu všech parametrů horninového masivu uvnitř zadaných intervalů.
- Lineární závislost odpovídajících parametrů jednotlivých vrstev horninového masivu (např. pokud má zvětralá břidlice deformační modul na spodním okraji zadaného rozmezí, platí to i pro zdravou břidlici).
- Normální rozdělení pravděpodobnosti výskytu hodnot deformací.

Pro řešený problém uvažujme, že všechny zkoumané parametry mají Gaussovo (normální) rozdělení (obr. 2) a také, že vstupní parametry leží s pravděpodobností 95,45% v rozmezí zadaných intervalů (např. dle IG průzkumu), což můžeme vyjádřit pomocí distribuční funkce:

$$F(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-2}^{+2} e^{-\frac{t^2}{2}} \cdot dt = 0{,}954 \qquad (3)$$

kde: t…směrodatná proměnná.



Obr. 2 Průběh normálního rozdělení pravděpodobnosti
Fig. 2 Probability density function – Gaussian distribution

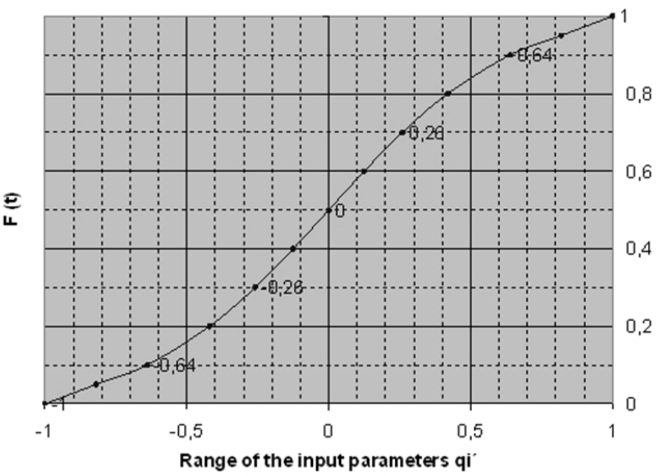
Pro dané rozdělení zkoumaných parametrů vyjádříme distribuční funkcí, kterou poté normujeme. Distribuční funkce je normována na vodorovné ose tak, aby, aby se rozsah vstupních parametrů q_i' pohyboval v rozsahu od –1 do 1. Korelace mezi normovanými parametry a skutečnými parametry je poté dána vztahem:

$$q_i = \frac{a+b}{2} + q_i' \cdot \frac{b-a}{2} \tag{4}$$

kde: a …spodní limit parametru q_i,

b…horní limit parametru q_i.

Distribuční funkci následně rozdělíme na 5 intervalů – obr. 3 (pravděpodobnost, že parametr bude ležet v daném intervalu, musí být pro všechny intervaly shodná) a vyjádříme pro středy intervalů hodnoty normovaných parametrů q_i'(tab.1). Poté přepočteme hodnoty nenormovaných vstupních parametrů q_{ij} (E_{def}, ν, c, ϕ, γ) pro jednotlivé intervaly pro všechny vrstvy horninového masivu.

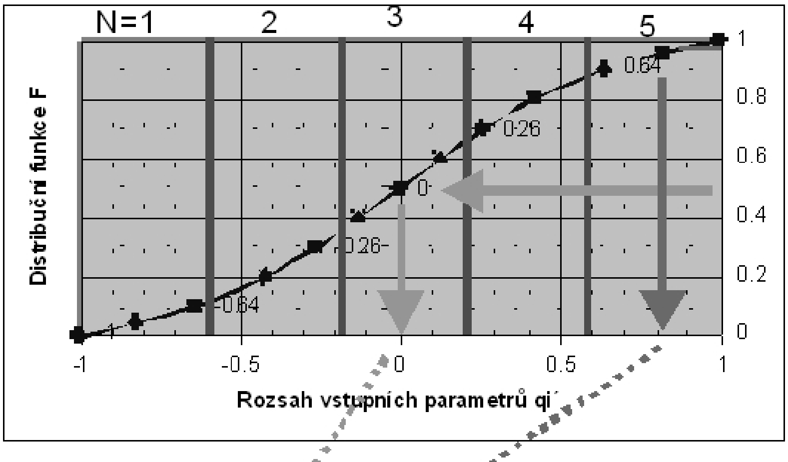


Obr. 3 Rozdělení distribuční funkce na 5 intervalů
Fig. 3 Dividing the distribution function into intervals

Tabulka 1: Hodnoty normovaných parametrů
Table 1: Values of the normed parameters

$F(q_{ij}')$	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9
q_{ij}'	-0.64	-0.26	0	0.26	0.64

Následně vygenerujeme tabulku náhodných permutací pro jednotlivé parametry (obr. 4). Na základě permutace jednotlivých parametrů vyjádříme pro jednotlivé výpočty (zde 5 výpočtů) hodnoty vstupních parametrů jednotlivých vrstev hornin.



Výpočet	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5
1	4	2	2	5	3
2	1	3	5	2	1
3	3	5	3	4	5
4	5	1	4	3	4
5	2	4	1	1	2

Obr. 4. Princip sestavení kombinační matice
Fig. 4.Rule of assembling combinations matrix

4. Praktická aplikace metody LHS

V aplikační části článku se nejprve zaměříme na jedno z prvních použití metody LHS v podzemním stavitelství u nás a to numerické modelování deformací tunelu Mrázovka v km 5,160 západní tunelové trouby (Barták 2002). V km 5.160 se měřené poklesy terénu ustálily na hodnotě 166 mm, poklesy masivu ve vrcholu výrubu (zjištěné extenzometrickým měřením v daném profilu) na hodnotě 194 mm. Z výsledků vyplývá, že konečné poklesy tunelu v profilu km 5,160 budou s pravděpodobností 95% mezi hodnotami 50 mm a 167 mm, celkové poklesy tunelového výrubu by měly s pravděpodobností 954% ležet mezi hodnotami 71 mm a 213 mm (tab. 2). Interval sedání bez poklesů způsobených průzkumnou štolou je 41 mm až 136 mm, u stropu výrubu 65 mm až 198 mm.

Z vyhodnocení všech výsledků (deterministické statické výpočty, měřené hodnoty, pravděpodobnostní analýza)je zřejmé, že pravděpodobnostní analýza lépe prognózuje možné deformace horninového masivu, které jsou podstatně závislé na náhodné proměnlivosti vstupních geotechnických parametrů, specifických pro použité konstitutivní vztahy matematického modelu.

Tabulka 2 Výsledky poklesů tunelu Mrázovka (ZTT km 5,160)
Table 2 Settlement evaluation of the Mrázovka tunnel (WTT km 5,160)

	Celkové poklesy		Poklesy od štoly		Poklesy bez vlivu štoly	
Výpočet	Povrch (mm)	Tunel (mm)	Povrch (mm)	Štola (mm)	Povrch (mm)	Tunel (mm)
1	79	107	15	8	64	99
2	153	197	29	14	124	183
3	92	125	18	10	74	115
4	85	111	15	8	70	103
5	134	171	25	12	109	159
$\underline{X}$ (průměr)	108.60	142.20	20.40	10.40	88.20	131.80
s (směr. odchylka)	29.41	35.61	5.64	2.33	23.80	33.31
$\underline{X}$ + 2s (p=95.45%)	167.42	213.42	31.69	15.06	135.81	198.43
$\underline{X}$ - 2s (p=95.45%)	49.78	70.98	9.11	5.74	40.59	65.17
$\underline{X}$ + s (p=68.27%)	138.01	177.81	26.04	12.73	112.00	165.11
$\underline{X}$ - s (p=68.27%)	79.19	106.59	14.76	8.07	64.40	98.49
VAR X (rozptyl)	5.69	6.22	2.65	1.75	5.15	6.02

Druhá ukázka a použití metody LHS je z testování 2D modelu MKP průzkumné štoly stavby 0079 Špejchar – Pelc Tyrolka tunelu Blanka (řez v ražené části ve staničení km 5,900 JTT). Tento řez se vyznačuje pestrou geologií (výskyt tektonické poruchy se změnou horninového podloží). Rozsah hodnot vstupních parametrů byl převzat z IG průzkumu. Základem určení vstupních parametrů modelu byl předpoklad, že jednotlivé parametry vrstev nejsou nezávislé (např. pokud pro zvětralou břidlici uvažujeme deformační modul na okraji zadaného rozmezí, tak to platí i pro zdravou břidlici) a rozdělení pravděpodobnosti uvnitř zadaného rozmezí je charakterizováno Gauss–Laplaceovou funkcí. Bylo sestaveno pět sad vstupních hodnot a výsledky zpracovány do tabulky 3. Z výsledků je patrné, že konečné poklesy ostění JTT se nacházejí s pravděpodobností 95% v intervalu 13-37 mm (rozdíl činí 24 mm). Poklesy povrchu nad vyraženými tunely leží se stejnou pravděpodobností mezi 7 a 26 mm. Z vyhodnocení je dále patrné, že soubor výsledných deformací má poměrně malý rozptyl. To nasvědčuje tomu, že parametry horninového prostředí byly stanoveny při IG průzkumu s poměrně vysokou přesností. Na základě porovnání spočtených hodnot s hodnotami naměřenými in-situ bylo možné konstatovat, že hodnoty poklesů téměř korespondují.

Tabulka 3 Vyhodnocení poklesů tunelu Blanka
Table 3 Settlement evaluation of the Blanka tunnel

	Celkové poklesy JTT		Poklesy štoly JTT		Poklesy štoly STT	
Výpočet	Povrch (mm)	Tunel (mm)	Povrch (mm)	Tunel (mm)	Povrch (mm)	Tunel (mm)
1	13,6	22,6	2,2	4,1	6,5	10,2
2	17,5	26,9	2,5	4,7	4,9	11,1
3	13,1	21,6	3,4	6,2	5,9	13
4	12,1	18,4	1,68	3,4	6,9	13
5	25,5	35,8	2,4	6,6	6,6	13,8
$\underline{X}$ (průměr)	16,4	25,1	2,4	5,0	6,2	12,2
$\underline{X}$+2s (p=95,4%)	26,2	37,1	0,6	1,2	0,7	1,3
$\underline{X}$-2s (p=95,4%)	6,6	13,1	0,4	1,9	0,8	2,3

5. Závěr

Ze zjištěných výsledků lze učinit obecnější závěr, že při výpočtu náročných geotechnických konstrukcí je žádoucí provést alespoň částečnou studii vlivu proměnlivosti parametrů horninového masivu na výsledné chování konstrukce. Ke kvalifikovanému statistickému vyhodnocení výsledků modelování při parametrických studiích je výhodné využít metodu latinských hyperkrychlí, která umožňuje zásadní úsporu výpočetního času tím, že definuje jen malý soubor náhodných permutací. Pomocí naznačeného postupu lze vyhodnocovat nejen velikosti deformací, ale i napětí, vnitřní síly či jakékoliv jiné výstupy modelování. Obecně je možné konstatovat, že metoda latinských hyperkrychlí (LHS) může být velice účinnou pomůckou při numerické analýze geotechnických konstrukcí.

Tento příspěvek byl zpracován s podporou grantu TAČR č. TA01011816.

6. Literatura

McMahon, B. K. (1971): A Statistical method for the design of rock slopes. Proceedings, 1st Australia - New Zealand Conference on Geomechanics, Vol. 1, Melbourne, Australia, 1971, p. 314-321.

Mahtab, M.A. & Grasso, O. (1992): Geomechanics Principles in the Design of Tunnels and Caverns in Rock. Elsevier.

McKay,M.D. (1980): A Method of Analysis for Computer Codes,Los Alamos National Laboratory.

Hilar, M. (2000): Numerická analýza tektonicky porušeného horninového masivu s primární výstrojí při aplikaci NRTM. Doktorská disertační práce. Praha: ČVUT, Fakulta stavební, Katedra geotechniky.